Ukázka možného typu druhé zápočtové písemky (max. 20 bodů)

1. (3 body) Seřaďte následující funkce podle asymptotického růstu; pro stručnost pište $f < g$ místo $f \in o(g)$ a $f = g$ místo $f \in \Theta(g)$ (např. pro $f_1(n) = 5n^2 + 2n$, $f_2(n) = n \log n$, $f_3(n) = 0.5n^2$ napíšeme $f_2 < f_1 = f_3$ [nebo $f_2 < f_3 = f_1$]):

$f_1(n) = (1.35)^{0.5n}$, $f_2(n) = 50\, n \log_2 n + 180n + 200$, $f_3(n) = 5n^{1000}$, $f_4(n) = \sqrt[3]{n}$, $f_5(n) = 18n - 2500$, $f_6(n) = \frac{1}{1000}\, n!$, $f_7(n) = \frac{1}{3}\, n^2 - 150n$, $f_8(n) = 0.002\, n \log_{10} n - 200$.

2. (3 body)
a) Vysvětlete, co to je časová složitost T_M Turingova stroje M.
b) Vysvětlete, co to je třída složitosti $\textsc{Time}\,(n^2)$.
c) Vysvětlete, co to je třída PTIME, a co to znamená, že její definice je robustní.

3. (4 body) Demonstrujte, že problém dosažitelnosti v grafu (Instance: orientovaný graf G, vrcholy u, v; Otázka: existuje v G cesta z u do v ?) patří do PTIME.

4. (4 body)
a) Vysvětlete, jak jsou specifikovány problémy VC_{dec} (tedy rozhodovací verze problému minimálního vrcholového pokrytí) a IS_{dec} (tedy rozhodovací verze problému maximální nezávislé množiny v grafu).
b) Ukažte příklady pozitivních a negativních instancí obou problémů (VC_{dec} a IS_{dec}).
c) Vysvětlete, co přesně znamená tvrzení zachycené výrazem $\text{VC}_{dec} \leq_{\text{p}} \text{IS}_{dec}$.
d) Tvrzení $\text{VC}_{dec} \leq_{\text{p}} \text{IS}_{dec}$ dokažte.

5. (4 body)
a) Vysvětlete, co to je třída NPTIME.
b) Specifikujte problém SAT (splnitelnost booleovských formulí) a ukažte příklad pozitivní a negativní instance tohoto problému.
c) Prokažte, že SAT patří do NPTIME.

6. (2 body)
a) Vysvětlete, co jsou to třídy PSPACE a NPSPACE.
b) Uveďte inkluze mezi třídami PSPACE, NPTIME, NPSPACE, PTIME, které znáte, a okomentujte je.