



Databázové technologie

Dotazovací systémy v relačním modelu

Petr Krajča



Katedra informatiky
Univerzita Palackého v Olomouci



- **Instance databáze** je konečná množina relační proměnných, jejichž aktuálních hodnot a integritních omezení. (Zatím nepotřebujeme.)
- **Dotaz** je částečně rekurzivní funkce z množiny všech instancí databáze do množiny všech relací (nad relačními schémata).

Poznámky

- typický přístup: dotaz je popsán v určitém *jazyku* a je dána jeho *intepretace*
- dotazovací jazyk je **doménově nezávislý**, pokud výsledky dotazů nezávisí na typech (doménách), ale pouze na hodnotách relačních proměnných

1 relační algebra

- specifikuje množinu **operací s relacemi**
- dotaz = výraz skládající se ze složených relačních operací
- interpretace dotazu = postupné vyhodnocování operací
- elementární operace s relacemi (SRŘBD může dobře optimalizovat)

2 relační kalkuly

- několi typů: **doménový relační kalkul**, **n-ticový relační kalkul**
- dotaz = formule predikátové logiky (s volnými proměnnými)
- interpretace dotazů = ohodnocení formulí ve struktuře (instanci databáze)
- ryze deklarativní, vychází z něj řada jazyků (QUEL, částečně SQL)

Poznámka:

- databáze při zpracování dotazů vytváří **prováděcí plány**, které jsou blízké operacím relační algebry



Atribut = symbolické jméno. Množinu všech atributů, o které předpokládáme, že je konečná a spočetná, označujeme Y .

Typ = pojmenovaná (nejvýše spočetná) množina elementů (hodnot).

- RM je silně typový, každý atribut (relace, atd.) má přiřazen svůj typ.
- ekvivalentní název pro *typ* je *doména*
- někdy uvažován rozdíl
 - **doména** – množina konkrétních hodnot (sémantický pojem)
 - **typ** – symbolické jméno pro doménu (syntaktický pojem)
- **rozlišitelnost hodnot** – hodnoty stejného typu lze porovnat $=$. Hodnoty různých typů nelze porovnat!



Relační schéma je konečná množina $R = \{\langle y_1, \tau_1 \rangle, \dots, \langle y_n, \tau_n \rangle\}$, kde y_1, \dots, y_n jsou vzájemně různé atributy z Y a τ_1, \dots, τ_n jsou typy.

Poznámky:

- formalizace pojmu záhlaví datové tabulky
- relační schéma představuje *typ* relace (*relační typ*)
- značení: $R, R_1, R_2, \dots, S_1, S_2, \dots$
- relační schéma může být prázdné

Dohoda o značení:

Pokud typ vyplývá jednoznačně z kontextu, pak

- relační schémá ztotožňujeme s konečnými podmnožinami $R \subseteq Y$
- doménu (typ) atributu $y \in Y$ značíme D_y
- pro přehlednost budeme předpokládat, že jméno atributu implicitně určuje jeho typ

Mějme systém množin A_i , které jsou indexovány prvky z množiny I (tzv. indexy).

Kartézský součin množin $A_i (i \in I)$ je množina $\prod_{i \in I} A_i$ všech zobrazení

$$f : I \rightarrow \bigcup_{i \in I} A_i$$

takových, že $f(i) \in A_i$ platí pro každý index $i \in I$.

Každé zobrazení $f \in \prod_{i \in I} A_i$ se nazývá **n-tice** (angl. tuple).

Poznámky:

- pro $f \in \prod_{i \in I} A_i$ se $f(i) \in A_i$ nazývá hodnota i v n -tici f
- pokud je $I = \{1, \dots, n\}$, pak lze psát $\prod_{i=1}^n A_i$
- indexy z I nemají žádné pořadí



Mějme relační schéma $R \subseteq Y$ a necht' D_y ($y \in Y$) označuje domény atributů $y \in R$.

Relace \mathcal{D} nad relačním schématem R je libovolná konečná podmnožina $\prod_{y \in R} D_y$.

Číslo $|\mathcal{D}|$ se nazývá **velikost relace** \mathcal{D} .

Číslo $|R|$ se nazývá **stupeň relace** \mathcal{D} .

Poznámky:

- značení: $\mathcal{D}, \mathcal{D}_1, \dots$
- $\prod_{y \in R} D_y$ – kartézský součin domén (indexy jsou atributy)
- $r \in \prod_{y \in R} D_y$ je n -tice, $r(y)$ je prvek z D_y
- n -tice reprezentuje „řádek“ v tabulce odpovídající \mathcal{D}
- alternativní pohled $\mathcal{D} : \prod_{y \in R} D_y \rightarrow \{0, 1\}$
- tabulka je v 1NF p.k. reprezentuje relaci na relačním schématu
- nulární relace (stupeň 0), unární relace (stupeň 1), binární relace (stupeň 2), ...



Pro dvě relace $\mathcal{D}_1, \mathcal{D}_2$ na relačním schématu $R \subseteq Y$ zavádíme

$$\mathcal{D}_1 \cup \mathcal{D}_2 = \{r \in \prod_{y \in R} D_y \mid r \in \mathcal{D}_1 \text{ nebo } r \in \mathcal{D}_2\}$$

$$\mathcal{D}_1 \cap \mathcal{D}_2 = \{r \in \prod_{y \in R} D_y \mid r \in \mathcal{D}_1 \text{ a } r \in \mathcal{D}_2\}$$

Mějme relaci \mathcal{D} na schématu R a necht' θ je výraz typu „pravdivostní hodnota“, který může obsahovat jména atributů z R . Řekneme, že $r \in \mathcal{D}$ **splňuje** (podmínku danou výrazem) θ , pokud má θ hodnotu "pravda" za předpokladu, že jsme nahradili jména atributu v θ jejich hodnotami z r .

$$\sigma_\theta(\mathcal{D}) = \{r \in \mathcal{D} \mid r \text{ splňuje } \theta\}$$

Relace $\sigma_\theta(\mathcal{D})$ se nazývá **restrikce** \mathcal{D} splňující θ .

Výrazy nticového rel. kalkulu

$$\mathcal{D} = \{x(R) \mid f(x)\}$$

- R relační schéma
- x – nticová proměnná (hodnotou je ntice)
- $f(x)$ – predikát (funkce vracející pravdivostní hodnotu pro ntici x)
- \mathcal{D} – relace skládající se ze všech ntic $t(R)$, pro které je hodnota $f(t)$ pravda

Poznámka

- $x(R)$ – podle kontextu označuje schéma dané ntice, případně její zúžení; pro lepší čitelnost budeme vynechávat množinové závorky

Příklad

Relace *parts* s relačním schématem $\{\text{partno}, \text{subpartof}, \text{partname}\}$.

$$\{x(\text{partno}, \text{partname}) \mid \text{parts}(x) \text{ and } x(\text{subpartof}) = 211\}$$



- základem formulí nticového kalkulu jsou atomy

Atom je

- 1 každá nticová proměnná
- 2 $\mathcal{D}(x)$ s významem $x \in \mathcal{D}$, kde \mathcal{D} je relační proměnná (resp. odpovídající relace)
- 3 $t(y_1) \theta u(y_2)$, kde t a u jsou nticové proměnné, y_1, y_2 atributy a θ je operátor porovnání
- 4 $c_1 \theta t(y_2)$, $t(y_1) \theta c_2$, kde t je nticová proměnná, y_1, y_2 atributy, θ je operátor porovnání a hodnoty $c_1 \in D_{y_1}, c_2 \in D_{y_2}$ jsou konstanty

Příklady

- $parts(x)$
- $x(partno) = y(partno)$
- $x(amount) > 200$



- formule jsou definovány rekurzivně podobně jako formule predikátové logiky
- s využitím spojek
 - \neg (negace)
 - \vee (disjunkce)
 - \wedge (konjunkce)
 - \exists (existeční kvantifikátor)
 - \forall (univerzální kvantifikátor)
- závorek



Nechť f a g jsou formule, x je nticová proměnná a $R \subseteq Y$.

Formule nticového kalkulu je

- 1 každý atom
- 2 $\neg f$ je formule; $\neg f$ je pravdivá, p.k. f je nepravdivá
- 3 $f \vee g$ a $f \wedge g$ jsou formule; $f \vee g$ pravdivá, p.k. f nebo g je pravdivá, a $f \wedge g$ je pravdivá, pokud f a g jsou obě pravdivé
- 4 $\exists x(R)f$ je formule, která je pravdivá, p.k. existuje ntice t nad R taková, že nahradíme-li proměnnou x nticí t , bude f pravdivá
- 5 $\forall x(R)f$ je formule, která je pravdivá, p.k. pro všechny ntice t nad R platí, že nahradíme-li proměnnou x nticí t , bude f pravdivá
- 6 (f) je formule



Priorita operátorů

- \exists a \forall mají nejvyšší a shodnou prioritu
- \neg , \wedge , \vee mají prioritu nižší a v tomto pořadí

Příklady

Pro relace:

- *parts* s relačním schématem $R_{parts} = \{\text{partno}, \text{subpartof}, \text{partname}\}$
- *usedon* s relačním schématem $R_{usedon} = \{\text{partno}, \text{ptype}, \text{nused}\}$
- *instock* s relačním schématem $R_{instock} = \{\text{partno}, \text{location}, \text{amount}\}$
- $\neg x(\text{amount}) \leq 10$
- $(x(\text{partno}) = y(\text{partno})) \vee \neg x(\text{amount}) \leq 10$
- $\exists x(\text{partno}, \text{location}, \text{amount})(instock(x) \wedge x(\text{partno}) = y(\text{partno}))$



- ne všechny dobře zkonstruované formule jsou validní formule nticového rel. kalkulu
- příklad $usedon(x) \vee x(location) = \text{”NYC”}$
- nekompatibilita typu proměnných

Volné a vázané proměnné

- analogie lexikálního rozsahu platnosti (vázané proměnné \approx lokální proměnné)
- kvantifikátory obstarávají vazbu proměnné a určují její typ

Určení vlastností formulí a proměnných

- nutné k určení, které formule rel. kalkulu jsou validní
- $type(x, f)$ – typ proměnné x ve formuli f
- $men(x, f)$ – mention set, množina atributů, které se vyskytly s x ve formuli f
- $type$ a men jsou definovány pouze pro volné proměnné
- využívá se rekurzivní struktura formulí



atomické formule

Nechť f je formule ve tvaru:

- 1 $\mathcal{D}(x)$, pak x je volná proměnná v f a $type(x, f) = men(x, f) = R$, kde R je relační schéma \mathcal{D}
 - 2 $t(y_1) \theta u(y_2)$, pak t a u jsou volné proměnné v f ,
 $type(t, f) = type(u, v) = undefined$; $men(t, f) = \{y_1\}$, $men(u, f) = \{y_2\}$
 - 3 $c \theta t(y)$, $t(y) \theta c$, pak t je volná proměnná, $type(t, f) = undefined$, $men(t, f) = \{y\}$
- všechny atomické formule jsou validní, pokud jsou dobře použity operátory ve vztahu k doménám



složené formule

Nechť g a h jsou validní formule, pak formule f

- 1 $f = \neg g$ je validní a všechny výskyty proměnných jsou volné nebo vázané stejně jako v g , pro každou volnou proměnnou x v f platí $type(x, f) = type(x, g)$ a $men(x, f) = men(x, g)$.
- 2 $f = g \wedge h$ nebo $f = g \vee h$, všechny výskyty proměnných jsou volné nebo vázané stejně jako v g nebo h . Pokud je x volná pak:
 - pokud je definován typ právě pro jednu podformuli, např. $type(x, g)$ a x je volná v h , pak musí platit $type(x, g) \supseteq men(x, h)$, aby byla formule validní; $type(x, f) = type(x, g)$,
 - jinak musí platit $type(x, g) = type(x, h)$, aby formule byla validní a platí $type(x, f) = type(x, g) = type(x, h)$.
 - $men(x, f) = men(x, g) \cup men(x, h)$

3 $f = \exists x(R)g$:

- x musí být volná proměnná v g ,
- $type(x, g)$ musí být R , pokud je definován
- $R \supseteq men(x, g)$,
- všechny výskyty x v f jsou vázané,
- $type(x, f) = men(x, f) = undefined$, protože x není volná proměnná v f ,
- výskyt každé jiné proměnné $z \neq x$ v f je volný nebo vázaný tak jako v g ;
 $type(z, f) = type(z, g)$ a $men(z, f) = men(z, g)$.

4 $f = \forall x(R)g$: dtto

5 $f = (g)$ je validní formule a platí pro ni vše co pro g

Příklady

- $\forall x(R_{instock})(\neg instock(x) \vee x(\text{amount}) < 100)$, validní formule, všechny proměnné jsou vázané
- $\forall x(R_{usedon})(x(\text{amount}) = y(\text{amount}))$, validní formule, proměnná x je vázaná, y je volná

$$\{x(R) \mid f(x)\}$$

- f – validní formule nticového relačního kalkulu
- x – jediná volná nticová proměnná v f
- $R - R \subseteq Y$
- pokud je $type(x, f) \neq undefined$, pak $type(x, f) = R$, jinak $R \supseteq men(x, f)$

Interpretace

- hodnotu výrazu získáme nahrazením (substitucí) nticových proměnných nticemi



Nechť $f(x)$ je validní formule logického rel. kalkulu s volnou proměnnou x , pak substituce t za x v f je označena $f(t/x)$ a představuje formuli, kde každý atom obsahující výskyt volné proměnné x byl nahrazen t následovně.

- $\mathcal{D}(x)$ je nahrazeno *true*, pokud $t \in \mathcal{D}$, jinak *false*.
- $x(y_1) \theta u(y_2)$ je nahrazeno $c \theta u(y_2)$, kde c je konstanta daná jako $t(y_1)$
- analogicky pro $u(y_1) \theta x(y_2)$
- $x(y_1) \theta x(y_2)$ je nahrazeno pravdivostní hodnotou výrazu $c_1 \theta c_2$, kde $c_1 = t(y_1)$ a $c_2 = t(y_2)$
- $x(y) \theta c$ a $c \theta x(y)$ analogicky.

Příklad

- $f = (\text{instock}(x) \vee (x(\text{location}) = \text{"NYC"}) \wedge \forall y(R_{\text{instock}})(x(\text{partno}) = y(\text{partno}) \wedge y(\text{amount}) > 20))$
- $t = \{\langle \text{partno}, 2114 \rangle, \langle \text{location}, \text{NYC} \rangle, \langle \text{amount}, 6 \rangle\}$
- $f(t/x) = (\text{true} \vee \text{true} \wedge \forall y(R_{\text{instock}})(2114 = y(\text{partno}) \wedge y(\text{amount}) > 20))$

Nechť f je validní formule bez volných proměnných, která může obsahovat atomy *true* a *false*. Interpretace formule $I(f)$ je definována rekurzivně. Pokud je f

- 1** $true$, pak $I(f) = true$.
 $false$, pak $I(f) = false$.
- 2** $\neg g$, pak nesmí g obsahovat žádné volné proměnné a $I(f) = true$, p.k. $I(g) = false$, jinak $I(f) = false$.
- 3** $g \vee h$ nebo $g \wedge h$, pak g a h nesmí obsahovat volné proměnné.
Pro $g \wedge h$ platí $I(f) = true$ p.k. $I(g) = I(h) = true$, jinak $I(f) = false$.
Pro $g \vee h$ platí $I(f) = true$ p.k. $I(g) = true$ nebo $I(h) = true$, jinak $I(f) = false$.
- 4** $\exists x(R)g$, x je jediná volná proměnná v g . $I(f) = true$ p.k. existuje alespoň jedno $t \in \prod_{y \in R} D_y$ takové, že $I(g(t/x)) = true$, jinak $I(f) = false$.
- 5** $\forall x(R)g$, x je jediná volná proměnná v g . $I(f) = true$ p.k. pro všechny $t \in \prod_{y \in R} D_y$ platí, $I(g(t/x)) = true$, jinak $I(f) = false$.
- 6** (g) , pak $I(f) = I(g)$.



- hodnota výrazu

$$\mathcal{D} = \{x(R) \mid f(x)\}$$

- je relace na relačním schématu R obsahující všechny ntice $t \in \prod_{y \in R} D_y$ splňující

$$I(f(t/x)) = \text{true}.$$