KATEDRA INFORMATIKY, PŘÍRODOVĚDECKÁ FAKULTA
UNIVERZITA PALACKÉHO, OLOMOUC

# PARADIGMATA PROGRAMOVÁNÍ 2B
# PROUDY A VYROVNÁVACÍ PAMĚŤ


VÝVOJ TOHOTO UČEBNÍHO MATERIÁLU JE SPOLUFINANCOVÁN EVROPSKÝM SOCIÁLNÍM FONDEM A STÁTNÍM ROZPOČTEM ČR

## Implicitní definice nekonečného proudu

- definice proudu, která v sobě používá proud, který sama definuje
- *následující prvky proudu* jsou přímo *zavedeny pomocí předchozích prvků* proudu bez vytváření pomocné rekurzivní procedury (bez limitní podmínky)

nekonečný proud

```
(define pow2
  (let next ((last 1))
    (cons-stream last
                 (next (* 2 last )))))
```

implicitní definice předchozího

```
(define pow2
  (cons-stream 1
               (stream-map (lambda (x) (* 2 x))
                           pow2)))
```

## Ukázky implicitních definic proudů

proud faktoriálů

```
(define fak-stream
  (cons-stream 1
    (stream-map *
                fak-stream
                (stream-cdr naturals))))
```

proud Fibonacciho čísel

```
(define fib-stream
  (cons-stream 1
    (cons-stream 1
      (stream-map +
                  fib-stream
                  (stream-cdr fib-stream)))))
```

## Konstruktor nekonečných proudů

- nekonečné proudy lze vytvářet procedurou `build-stream`
- analogická proceduře `build-list`, ale *nemá limitní podmínku* (není potřeba předávat „délku vytvářeného streamu“)

```
;; konstruktor build-stream
(define build-stream
  (lambda (f)
    (let proc ((i 0))
      (cons-stream (f i)
                   (proc (+ i 1))))))
```

Příklady

```
(define ones (build-stream (lambda (i) 1)))
(define naturals (build-stream (lambda (i) (+ i 1))))
```

## Příklady manipulace s nekonečnými proudy

```
;; vytváření nekonečných proudů z nekonečných proudů
;; aplikací po sobě jdoucích funkcí na každý prvek
(define expand-stream
  (lambda (stream . modifiers)
    (let next ((pending modifiers))
      (if (null? pending)
          (apply expand-stream
                 (stream-cdr stream) modifiers)
          (cons-stream ((car pending) (stream-car stream))
                       (next (cdr pending)))))))

;; příklady použití
(expand-stream ones - +)          ⟼  proud: -1 1 -1 1 ···
(expand-stream ones + -)          ⟼  proud: 1 -1 1 -1 ···
(expand-stream naturals + -)      ⟼  proud: 1 -1 2 -2 3 ···
```

## Příklady manipulace s nekonečnými proudy

vytvoření proudu celých čísel

```
(define integers
  (build-stream (lambda (i)
                  (if (= i 0)
                      0
                      ((if (even? i) + -)
                       (quotient (+ i 1) 2))))))
```

nebo použitím streamu přirozených čísel a `expand-stream`

```
(define integers
  (cons-stream 0 (expand-stream naturals - +)))
```

v obou případech dostáváme

`integers` $\Longmapsto$ proud: `0 -1 1 -2 2 -3 3 -4 4 -5` $\cdots$

# Příklady (nesprávné) manipulace s nekonečnými proudy

Následující má smysl pouze pokud je `s1` konečný:

```
(define stream-append2
  (lambda (s1 s2)
    (stream-foldr (lambda (x y)
                    (cons-stream x (force y)))
                  s2 s1)))
```

druhý proud se neuplatní, protože první je nekonečný

```
(stream-append ones (stream-map - ones))
```

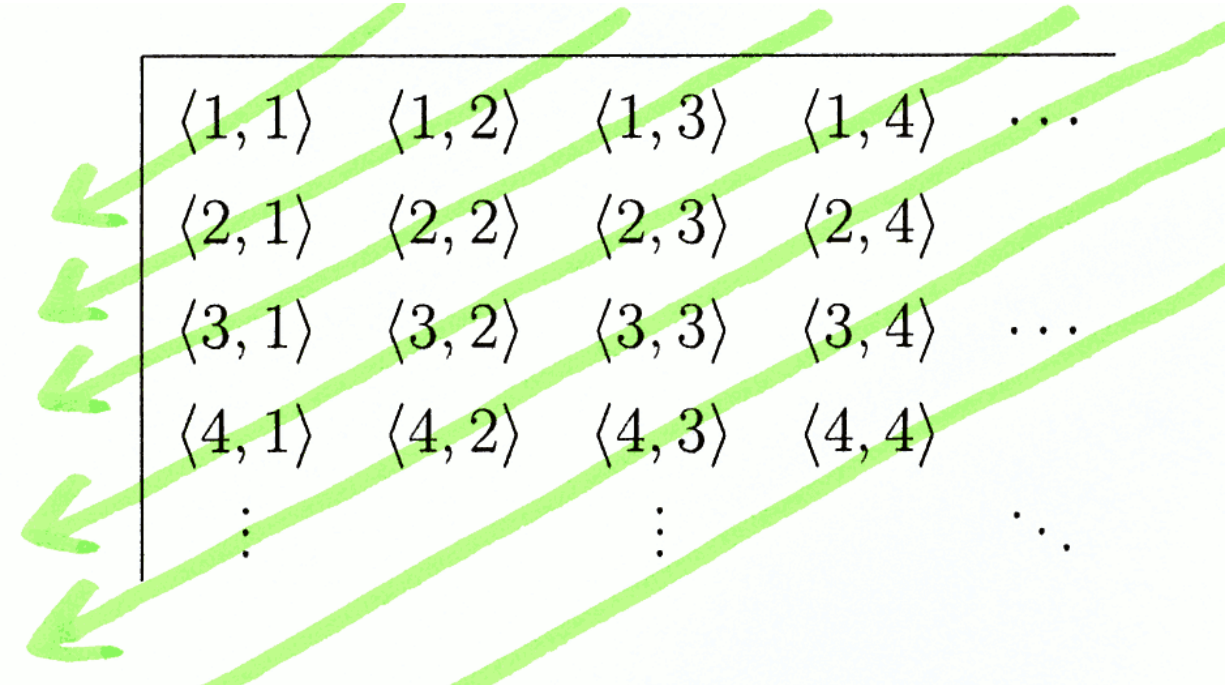
následující bude cyklit

```
(stream-length ones)
```

- počítat délku (nekončeného) streamu je „nesmysl“
- neexistuje algoritmus (a nikdy existovat nebude), který by pro daný stream rozhodl, zda-li je konečný či nikoliv

## Proud racionálních čísel

- můžeme vytvořit i proud všech racionálních čísel
- využijeme faktu, že všechna kladná racionální čísla jsou zapsána v následující tabulce (každé dokonce nekonečně mnoho krát) a toho, že tabulku můžeme projít po položkách v diagonálním směru




**POZNÁMKA:** „proud všech reálných čísel“ nelze vytvořit ( ! )

## Proud racionálních čísel

```
;; proud párů (1 . 1) (2 . 1) (1 . 2) (3 . 1) ···
(define pairs
  (let next ((sum 2)
             (a 1)
             (b 1))
    (cons-stream (cons a b)
                 (if (= a 1)
                     (next (+ sum 1) sum 1)
                     (next sum (- a 1) (+ b 1))))))

;; proud zlomků 1/1 2/1 1/2 3/1 2/2 1/3 ···
(define fractions
  (stream-map (lambda (x) (/ (car x) (cdr x))) pairs))
```

kladná racionální čísla: zbývá odstranit opakující se čísla z `fractions` (například 1/1 je totéž jako 2/2, a podobně)

## Proud racionálních čísel

```
;; proud kladných racionálních čísel
;; stejná čísla jsou odstraněna filtrací
(define positive-rationals
  (let next ((f-stream fractions))
    (cons-stream
      (stream-car f-stream)
      (next (stream-filter
              (lambda (x)
                 (not (= x (stream-car f-stream))))
              f-stream)))))

;; a konečně: proud všech racionálních čísel
;; 0 -1 1 -2 2 -1/2 1/2 -3 3 -1/3 1/3 -4 4 -3/2 3/2 ···
(define rationals
  (cons-stream 0 (expand-stream positive-rationals - +)))
```

# Kdy použít proudy?

## Kdy použít proudy místo seznamů?

1. když potřebujeme *řídit průběh výpočtu pomocí dat*
2. když *není dopředu známa velikost dat*, která chceme zpracovávat, nebo není možné odhadnout, kolik dat budeme muset zpracovat, než najdeme řešení (nějakého) problému
   - **Příklad:** pokud se budeme pokoušet najít ve velkém souboru sekvenci nějakých znaků odpovídající danému vzoru, pak nemá smysl natahovat celý vstupní soubor do paměti, což může být dlouhá operace (nebo i neproveditelná operace), protože hledaný řetězec může být třeba někde na začátku souboru.

## Typické použití proudů:

- řízení vstupně/výstupních operací
- práce se soubory
- používá mnoho PJ (například C++)
- my ukážeme implementaci V/V operací ve Scheme

## Vstupně/výstupní operace ve Scheme

- Scheme používá při manipulaci se soubory tzv. „porty“
- **port** lze chápat jako identifikátor otevřeného souboru
- pro detaily viz specifikaci R5RS

Příklad ukládání dat do souboru

```
(define p (open-output-file "soubor.txt"))
(display "Ahoj svete!" p)
(newline p)
(display (map - '(1 2 3 4)) p)
(newline p)
(close-output-port p)
```

Příklad načítání dat ze souboru

```
(define p (open-input-file "soubor.txt"))
(display (read p))
(display (read p))
(display (read p))
(close-input-port p)
```

## Jednoduché vstupní proudy

```
;; vytvoř proud čtením výrazů ze vstupního portu
(define input-port->stream
  (lambda (reader port)
    (let iter ()
      (let ((elem (reader port)))
        (if (eof-object? elem)
            (begin
              (close-input-port port)
              '())
            (cons-stream elem (iter)))))))

;; vytvoří proud otevřením souboru
(define file->stream
  (lambda (reader file-name)
    (input-port->stream
       reader
       (open-input-file file-name))))
```

## Zvýšení výpočetní efektivity pomocí proudů

- predikát `equal-fringe?` je pro dva seznamy pravdivý p. k. oba seznamy mají stejné atomické prvky pokud je projdeme zleva-doprava

```
;; přímočaré řešení, které je neefektivní
(define equal-fringe?
  (lambda (s1 s2)
    (define flatten  ; pomocná procedura: linearizace seznamu
      (lambda (l)
        (cond ((null? l) '())
              ((list? (car l))
               (append (flatten (car l))
                       (flatten (cdr l))))
              (else (cons (car l) (flatten (cdr l)))))))
    (equal? (flatten s1) (flatten s2))))

;; příklad použití:
(equal-fringe? '(a (b (c)) () d) '(a b c (d)))  ⟹  #t
(equal-fringe? '(a (b (c)) () d) '(a b c (e)))  ⟹  #f
```

## Zvýšení výpočetní efektivity pomocí proudů

### V čem spočívá neefektivita předchozího řešení?

1. během výpočtu se konstruují lineární seznamy, které se potom použijí pouze jednorázově
2. predikát se nechová „přirozeně“. Pokud máme dva seznamy ve tvaru `(a` $\cdots$ a `(b` $\cdots$, pak je „okamžitě jasné“, že výsledek pro ně by měl být `#f`, ale předchozí procedura je oba nejprve celé linearizuje

### Odstraníme problém č. 2:

- vstupní seznamy budeme linearizovat do proudu
  (to jest výsledkem linearizace seznamu bude proud atomů)
- okamžitě budeme mít k dispozici „nejlevější atom“
- ostatní prvky linearizovaného seznamu se budou hledat až když přistoupíme k dalšímu prvku proudu
- vytvoříme predikát na test shody dvou konečných proudů

## Zvýšení výpočetní efektivity pomocí proudů

Každý příslib je roven pouze sám sobě:

```
(define d (delay 1))
(equal? d d)                          ⟹  #t
(equal? (delay 1) (delay 1))          ⟹  #f
```

tím pádem:

```
(equal? (stream 'a 'b 'c) (stream 'a 'b 'c))   ⟹  #f
```

proto zavádíme predikát shodnosti dvou proudů:

```
(define stream-equal?
  (lambda (s1 s2)
    (or (and (null? s1) (null? s2))
        (and (equal? (stream-car s1)
                     (stream-car s2))
             (stream-equal? (stream-cdr s1)
                            (stream-cdr s2)))))))
```

# Zvýšení výpočetní efektivity pomocí proudů

```
;; téměř dokonalá verze equal-fringe?
(define equal-fringe?
  (lambda (s1 s2)

    ;; pomocná definice: linearizace seznamu
    (define flatten
      (lambda (l)
        (cond ((null? l) '())
              ((list? (car l))
               (stream-append2 (flatten (car l))
                               (flatten (cdr l))))
              (else (cons-stream (car l)
                                 (flatten (cdr l)))))))

    ;; jsou lineární seznamy totožné?
    (stream-equal? (flatten s1) (flatten s2))))
```

## Zvýšení výpočetní efektivity pomocí proudů

### Předchozí řešení má jeden malý problém

Příklad, na kterém náš predikát selhává

```
(define a '(a))    (set-cdr! a a)
(define b '((b))) (set-cdr! b b)
(equal-fringe? a b)  ⟹  ∞ (cyklí)
```

**Odstranění problému** (rozmyslete si proč):
místo procedury `stream-append2` vytvoříme *makro*

```
(define-macro stream-append2
  (lambda (s1 s2)
    `(let proc ((s ,s1))
       (if (stream-null? s)
           ,s2
           (cons-stream (stream-car s)
                        (proc (stream-cdr s)))))))
```

nový pohled: **makro** = „procedura s líně vyhodnocenými argumenty“

## Vyhodnocovací proces s vyrovnávací pamětí

Modelový program

```
(define fib
  (lambda (n)
    (if (<= n 2)
        1
        (+ (fib (- n 1))
           (fib (- n 2))))))
```

**Výhody a nevýhody předchozího kódu:**

- **výhoda:** je čistě napsaný (vznikl přepisem definice fib. čísla)
- **nevýhoda:** je neefektivní dochází ke zbytečnému opakování výpočtů

**Otázka:**

*Jak zachovat čitelnost kódu, ale zvýšit efektivitu výpočetního procesu?*

## Vyhodnocovací proces s vyrovnávací pamětí

```
;; iterativní verze procedury
;; představuje zrychlení na úkor čitelnosti kódu
(define fib
  (lambda (n)
    (let iter ((a 1) (b 1) (n n))
      (if (<= n 1)
          a
          (iter b (+ a b) (- n 1))))))
```

**Lepší řešení:**

- zachováme původní kód procedury
- proceduru zabalíme do další procedury (`memoize`), která bude mít svou vnitřní vyrovnávací paměť do které bude ukládat výsledky aplikace výchozí procedury
- odstraníme tak *problém opakovaného provádění stejných výpočtů*

Vytvoříme procedury `empty-assoc` a `assoc!` pro správu paměti

```
;; prázdná paměť
(define empty-assoc
  (lambda () (cons (cons #f #f) '())))

;; destruktivně zařaď nový záznam/modifikuj existující
(define assoc!
  (lambda (assoc key val)
    (let iter ((as assoc))
      (cond ((null? as)
             (set-cdr! assoc
                       (cons (cons key val)
                             (cdr assoc))))
            ((equal? (caar as) key)
             (set-cdr! (car as) val))
            (else (iter (cdr as)))))))
```

Příklad zařazení nových záznamů:

```
(define a (empty-assoc))
a  ⟼  ((#f . #f))
(assoc! a 'ahoj 10)
a  ⟼  ((#f . #f) (ahoj . 10))
(assoc! a 'blah 20)
a  ⟼  ((#f . #f) (blah . 20) (ahoj . 10))
(assoc! a 'ahoj 30)
a  ⟼  ((#f . #f) (blah . 20) (ahoj . 30))
```

Vyhledávání lze provést pomocí klasického `assoc`

```
(assoc 'blah a)  ⟼  (blah . 20)
(assoc #f a)     ⟼  (#f . #f)
```

Poznámka: pár `(#f . #f)` je vždy přítomen kvůli mutaci

## Vyhodnocovací proces s vyrovnávací pamětí

- procedura `memoize` vytvoří obálku nad danou procedurou (provede memoizaci dané procedury)
- každá memoizovaná procedura má *vlastní paměť pro úschovu výsledků*
- při volání memoizované procedury s již *dříve použitými argumenty* je výsledná hodnota *vyhledána v paměti*

```
(define memoize
  (lambda (f)
    (let ((memory (empty-assoc)))
      (lambda called-with-args
        (let ((found (assoc called-with-args memory)))
          (if found
              (cdr found)
              (let ((result (apply f called-with-args)))
                (assoc! memory called-with-args result)
                result)))))))
```

```
;; Fibonacciho čísla urychlená pomocí memoize
(define fib
  (memoize
   (lambda (n)
     (if (<= n 2)
         1
         (+ (fib (- n 1))
            (fib (- n 2)))))))
```

**POZOR:** následující by nefungovalo:

`(define fib (lambda (n)` ··· původní pomalý `fib`

```
(define fast-fib (memoize fib))
(fast-fib 32)
```
bude ve skutečnosti pomalý

- ve `fast-fib` se rekurzivně volá původní procedura bez cache
- při `(fast-fib 32)` je zapamatován pouze výsledek pro `32`
- nevede ke kýženému zrychlení výpočtu

Procedury s keší se chovají jinak než běžné procedury v případě použití vedlejšího efektu

```
(let ((cntr 0))
  (define modify
    (lambda (x)
      (set! cntr (+ 1 cntr))))
  (modify #f)
  (modify #f)
  cntr)  ⟼  2
```

```
(let ((cntr 0))
  (define modify
    (memoize
      (lambda (x)
        (set! cntr (+ 1 cntr)))))
  (modify #f)
  (modify #f)
  cntr)  ⟼  1
```

```
;; vylepšená verze: při přeplnění paměti se paměť vysype
(define make-memoize
  (lambda limit
    (lambda (f)
      (let ((memory (empty-assoc)) (memory-size 0))
        (lambda called-with-args
          (let ((found (assoc called-with-args memory)))
            (if found
                (cdr found)
                (let ((result (apply f called-with-args)))
                  (if (and (not (null? limit))
                           (> memory-size (car limit)))
                      (begin
                        (set! memory-size 0)
                        (set! memory (empty-assoc))))
                  (assoc! memory called-with-args result)
                  (set! memory-size (+ memory-size 1))
                  result)))))))))
```

```
;; urychlené fib s pamětí o pěti buňkách
(define fib
  ((make-memoize 5)
   (lambda (n)
     (if (<= n 2)
         1
         (+ (fib (- n 1))
            (fib (- n 2)))))))
```

Srovnání počtu aktivací vnitřní procedury při dané velikosti paměti během výpočtu `(fib 32)`

| velikost paměti | 50 | 20 | 15 | 10 | 5 | 2 | 1 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| počet aktivací | 32 | 242 | 271 | 1709 | 6985 | 75183 | 287127 |

# Makro pro vytváření procedur s keší

```
;; globální konstanta udávající velikost paměti
(define *max-memory* 1000)

;; makro kappa
(define-macro kappa
  (lambda (args . body)
    `((make-memoize *max-memory*)
      (lambda ,args ,@body))))

;; příklad použití:
(define fib
  (kappa (n)
    (if (<= n 2)
        1
        (+ (fib (- n 1))
           (fib (- n 2))))))
```