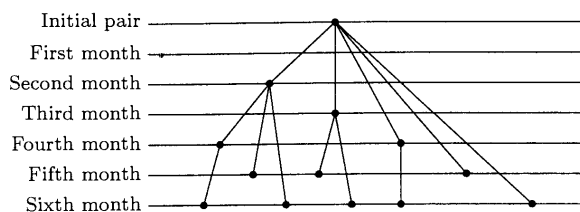


KMI/ALS1 cvičení 2

1. Následující obrázek reprezentuje Fibonacciho původní problém s králíky. („Kolik párů králíků může být vyprodukováno z jednoho páru? Předpokládá se, že každý pár vyprodukuje nový pár každý měsíc, každý pár se stane plodným až po prvním měsíci, a králíci jsou nesmrtelní :).“)



Existuje jednoduchý vztah mezi tímto a Fibonacciho stromem z přednášky?

2. Ukažte, že AVL-strom s n vnitřními uzly nikdy neobsahuje více než $(\varphi - 1)n \approx 0.61803n$ uzlů, jejichž vyvažovací faktor je nenulový.
3. Dokažte nebo vyvráťte následující tvrzení: Ze všech AVL-stromů s $F_{h+1} - 1$ vnitřními uzly má Fibonacciho strom řádu h největší délku vnitřní cesty.
4. Dokažte nebo vyvráťte následující tvrzení: když jsou klíče $K_2, \dots, K_n$ postupně vloženy v tomto pořadí do AVL-stromu, který původně obsahuje jen K_1 , a platí $K_1 < K_2 < \dots < K_n$, pak je výsledný strom vždy optimální (tj. má minimální délku vnitřní cesty).
5. Ukažte, že existuje konstanta β t.ž.

$$B'_h(1)/B_h(1) \approx (\beta)2^h - 1 + \mathcal{O}(2^h/B_{h-1}).$$

6. Ukažte, že pokud $n \geq 6$, průměrný počet uzlů typů +A, -A, ++B, +-B, -+B, --B je $(n + 1)/14$ v náhodném AVL-stromu zkonstruovaném algoritmem A s n vnitřními uzly.