KMI/ALS1

B+-stromy a R-stromy

Jan Konečný

14. listopadu 2013

Varianty B-stromů

Varianty

všechny ukazatele v hloubce $l-1$ jsou `NIL`, žádné jiné nejsou `NIL`. Můžeme odstranit všechny tyto ukazatele a použít jinou hodnotu m pro nejnižší patro.

Vlastně bychom mohli mít různé m pro každé patro a zobecnit na B-strom řádu $m_1, m_2, \ldots$. Algoritmus vkládání zůstane v podstatě stejný.

Totéž můžeme ještě rozvinout a mít úplně jiný formát uzlu v každém patře. Někdy klíče tvoří jenom malou část, pak by byla chyba ukládat celé záznamy v uzlech blízko kořene – snižuje se tím m

Můžeme prvky duplikovat a data záznamů přesunout až do listů.

Pokud ještě spojíme všechny listy do seznamu, dostáváme $B+$-strom.

B-stromy s klíči proměnlivé délky – stačí udržovat uzel polonaplněný.
B-stromy s přetečením (overflow) – přeplněné uzly přetékají do sourozenců. Pokud jsou naplněny uzel i sourozenec, splitneme jejich sjednocení do potomků. A navíc musí být větší kořen.

R-stromy

- stromové struktury založené na B+-stromech.
- používány k dynamické organizaci/indexaci množiny d-dimenzionálních geometrických objektů;
- geometrické objekty reprezentovány pomocí jejich minimalních ohraničujících d-dimenzionálních obdélníků (MBR).
- každý (vnitřní) uzel R-stromu odpovídá MBR ohraničujícímu obdelníku pro obdélníky jeho potomků.
- listové uzly obsahují ukazatele do databáze indexovaných objektů namísto na potomky.
- uzly jsou implementované jako diskové stránky.

Zde budu zacházet jenom s 2D.

Původní R-strom

A. Guttman, R-Trees: A dynamic index structure for spatial searching, in Proc. of ACM SIGMOD, June 1984, pp. 47–57.

Y. Manolopoulos, A. Nanopoulos, A. N. Papadopoulos, and Y. Theodoridis. *R-trees: Theory and Applications.* Series in Advanced Information and Knowledge Processing. Springer, 2005.

Minimalní ohraničující obdélník (minimal bounding rectangle)

Pár věcí k MBR:
MBR různých uzlů se mohou překrývat.

Také MBR může být zahrnut v několika uzlech (v geometrickém smyslu), ale asociován pouze s jedním z nich.

R-strom: definice

R-strom řádu (m, M) má následující charakteristiky.

- Každý listový uzel(pokud to není kořen) má nejvýše M záznamů, minimální počet záznamů je $m \leq M/2$. Každý záznam je je ve tvaru (mbr, oid), t.ž. mbr je MBR, který prostorově obsahuje objekt, a oid je identifikátor objektu.
- Počet záznamů, který každý intervalový uzel může mít je mezi $m \leq M/2$ a M. Každý záznam je ve tvaru (mbr, p), kde p je ukazatel na potomka uzlu a mbr is MBR, který prostorove obsahuje MBRka v potomku.
- Minimální povolený počet záznamů v kořenovém uzlu je 2, pokud to není list.
- Všechny listy jsou na stejné úrovni.

Pár poznámek k velikosti R-stromu

- Výška R-stromu obsahující N indexových záznamů je nejvýše $|\log_m N| - 1$, protože počet větví u každého každého uzlu je nejméně m.
- Maximální počet uzlů je $\left|\frac{N}{m}\right| + \left|\frac{N}{m^2}\right| + \cdots + 1$.
- Nejhorší prostorové využití R-stromu je $\frac{m}{M}$.
- Uzly budou mít spíše větší počet záznamů, což zlepší prostorové využití.
- Pokud uzly mají více než 3–4 záznamy, strom je velmi široký a téměř všechen prostor je použitý na listové uzly obsahující indexové záznamy.
- Parametr m může být měněn jako součást zlepšování výkonu.

Range search

V následujícím popisu je označen obdélník indexového záznamu E písmeny I_E a id či c jsou označeny p_E. Symbol $\lozenge$ představuje překryv.

Algoritmus R-Tree-Search: Bere jako argumety R-strom s kořenem T, vyhledávaný obdélník S; najde všechny indexové záznamy, které překrývají S.

S1 [Prohledej podstromy] Pokud T není list, prozkoumej všechny záznamy E a zjisti jestli $S \lozenge I_E$. Pro všechny takové E vyvolej R-Tree-Search se stromem, který je zakořeněný v p_E.

S2 [Prohledej list] Pokud T je list, projdi všechny záznamy E a zjisti jestli $S \lozenge I_E$. Pokud ano, E je výsledný záznam.

Insert

Vkládání indexových záznamů pro nová data do R-stromu je podobné vkládání do B-stromu v tom, že nové indexové záznamy jsou přidávané do listů, uzly které jso přeplněné se rozlomí a rozlamovaní uzlu se šíří stromem směrem nahoru.
Algoritmus R-Tree-Insert – vkládá nový indexový záznam E do stromu T.

I1 [Najdi pozici pro nový záznam] Vyvolej proceduru R-Tree-Choose-Leaf na výběr uzlu L, do kterého bude umístěn E.

I2 [Přidej záznam do listového uzlu] Pokud L má místo pro další záznam, vlož tam E. Jinak vyvolej R-Tree-Split-Node a získej L a LL obsahující E a všechny staré záznamy z L.

I3 [Rozšiř změny nahoru] Vyvolej proceduru R-Tree-Adjust-Tree na L (i s LL, pokud bylo provedeno rozlomení).

I4 [Zvyš výšku stromu] Pokud se rozlamování uzlu postupně dostalo až ke kořeni, vytvoř nový kořen, jehož potomci budou výsledné dva uzly (L a LL).

Algoritmus R-Tree-Choose-Leaf: Vyber list, do kterého se umístí nový indexový záznam E.

CL1 [Inicializace] Nastav $N \leftarrow$ kořen.

CL2 [Kontrola na list] Pokud N je list, vrať N.

CL3 [Vyber podstrom] Pokud N není list, najdi záznam F v N tak, že tak, že I_F potřebuje nejmenší rošíření, aby $I_E \subseteq I_F$. „Remízy“ vyřeš výběrem záznamu s menším obdélníkem.

CL4 [Sestupuj k až listu] Nastav $N \leftarrow p_F$ a opakuj od kroku CL2.

Algoritmus R-Tree-Adjust-Tree: Vystupuj od listu ke kořenu, upravuj velikosti obdélníků,

AT1 [Inicializace] Nastav $N \leftarrow L$; pokud L byl rozlomen, nastav $NN \leftarrow LL$ na vysledný druhý uzel.

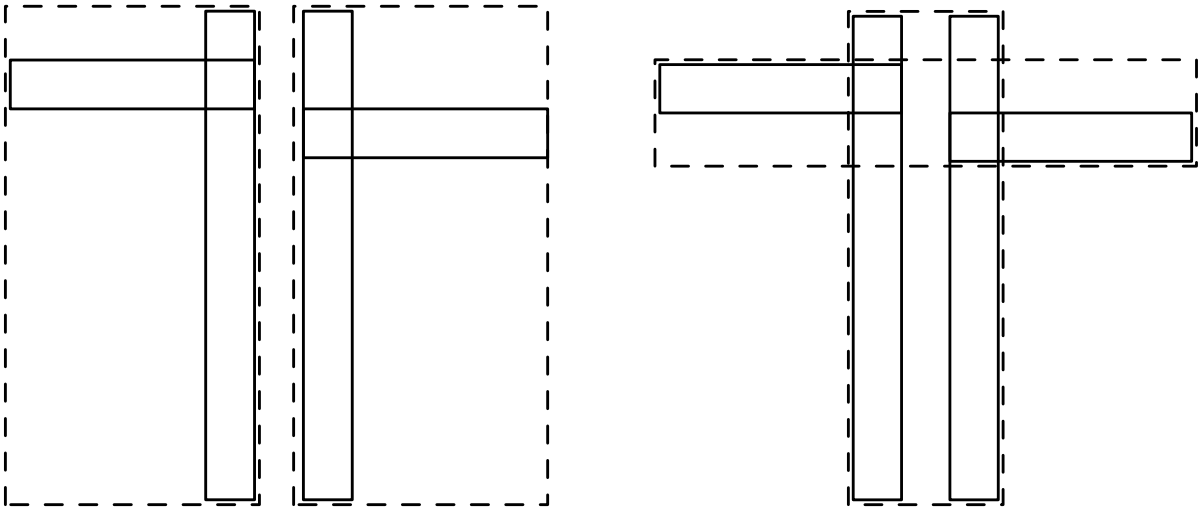
AT2 [Kontrola na dokončení] Pokud N je kořen, skonči.

AT3 [Uprav obdélník v předkovi] Nechť P je předek uzlu N a E_N je záznam v P obsahující N. Uprav I_{E_N} tak, aby těsně obsahovalo obdélníky všech záznamů v N.

AT4 [Šiř rozlamování uzlů směrem ke kořenu] Pokud máme NN z přechozího rozlamování, vytvoř pro něj nový záznam E_{NN} s $p_{E_{NN}} \leftarrow NN$ a $I_{E_{NN}} \leftarrow$ uzavírající včechny obdélníky v NN. Přidej E_{NN} do P pokud je tam místo. V opačném případě vyvolej R-Tree-Split-Node, aby se vytvořilo P a PP obsahující E_{NN} a všechny staré záznamy z P.

AT5 Nastav $N \leftarrow P$; $NN \leftarrow PP$, pokud nastalo rozlomení, a opakuj od kroku AT2.

Split



Obrázek : Špatný split (vlevo) a dobrý split (vpravo)

Split: Bruteforce

Vyzkoušní všechny možnosti rozdělení $M + 1$ záznamů do 2 skupin o minimálně m uzlech. Vybere tu možnost, která bude mít nejmenší obsah pokrývajících obdélníků.

Kvadratický split

Algortimus Split: Rozděl $M + 1$ záznamů do dvou skupin

QS1 [Vyber první záznam pro každou třídu] Vyvolej proceduru PickSeeds na výběr dvou záznamů, které se stanou prvními prvky tříd rozkladu. Přiřaď každý jedné třídě.

QS2 [Kontrola na konec] Pokud všechny záznamy byly přiřazeny, skonči. Pokud jedna z tříd má tak málo záznamů, že všechny nepřiřazené záznamy se musí přidat do této třídy, aby měla alespoň m záznamů, proveď toto přiřazení a skonči.

QS3 [Vyber záznam k přiřazení] Vyvolej proceduru PickNext k výběru dalšího záznamu, který bude přiřazen. Přiřaď ho do té třídy, jejíž pokrývající obdélník bude muset být rozšířen méně, aby zahrnul jaho obdélník. „Remízu“ vyřeš výberem třídy s menším pokrývajícím obdélníkem, pak ten s menším počtem záznamů. Pokračuj krokem QS2.

Algoritmus PickSeeds: Vyber dva záznamy, aby byly prvními prvky skupin.

PS1 [Vypočítej neefektivnost přiřazení záznamů jedné třídě] Pro každý pár záznamů E_1 a E_2, vytvoř obdélník, který pokrývá I_{E_1} a I_{E_2}, vypočítej $d = \text{obsah}(J) - \text{obsah}(I_{E_1}) - \text{obsah}(I_{E_1 2})$.

PS2 [Vyber nejméně efektivní pár] Vyber pár s největším d.

Algoritmus PickNext

PN1 [Vypočítej cenu vložení každého záznamu do každé třídy] Pro každý záznam E, který ještě není přiřazený žádné třídě, vypočítej $d_1 =$ obsah, o který se zvětší pokrývající obdélník první třídy, podobně vypočítej d_2 pro druhou třídu.

PN2 [Vyber záznam s nejvyšší preferencí] Vyber záznám s maximálním rozdílem d_1 a d_2.

Lineární split

Tento algoritmus je lineární vzhledem k M a vzhledem k počtu dimenzí. Lineární split je identický s kvadratickým splitem, jen používá jinou verzi PickSeeds. PickNext jednoduše vybírá kterýkoli ze zbývajících záznamů. Algoritmus PickSeeds: Vyber dva záznamy, aby byly prvními prvky skupin.

LS1 [Vyber extrémní obdélníky mezi všema rozměry] Najdi obdélník s nejpravějším levým okrajem a obdélník s nejlevějším pravým okrajem. To udělej pro všechny dimenze (tedy pro vertikální: Najdi obdélník s nejhornějším dolním okrajem a obdélník s nejdolnějším horním okrajem, atd.) Zapamatuj si tyto páry a jejich separaci (tj. rozdíl mezi nejpravějším levým okrajem a obdélník s nejlevějším pravým okrajem, etc.).

LS2 [Uprav] Normalizuj separaci vydělením odpovídajícím rozměrem obdélník pokrývající všechny záznamy.

LS3 [Vyber nejextrémější pár] Vyber pár s největší normalizovanou separací podle kterékoli dimenze.

Mazání

Algoritmus Delete. Odstraní indexový záznam E z R-stromu.

D1 [Najdi uzel, který obsahuje E] Vyvolej R-Tree-Find-Leaf a najdi tak listový uzel L obsahující E. Pokud takový uzel neexistuje, skonči.

D2 [Smaž záznam] Odstraň E z L.

D3 [Šiř změnu] Vyvolej R-Tree-Condense a předej jí L.

D4 [Zmenši výšku stromu] Pokud kořen má jen jednoho potomka po předchozím kroku, udělej z toho potomka nový kořen.

Algoritmus R-Tree-Find-Leaf

FL1 [Prohledej podstromy] Pokud T není list, najdi záznamy F v T, tak že $I_E \subseteq I_F$. Pro každý takový záznam vyvolej R-Tree-Find-Leaf pro strom, který je zakořeněný v p_F dokud záznam E není nalezen, nebo nebyly prohledány všechny záznamy.

FL2 [Prohledej list] Pokud T je list, najdi v něm záznam shodný s E. Pokud je takové E nalezeno, vrať T.

Algoritmus R-Tree-Condense. Pro listový uzel L ze kterého byl odstraněn záznam: pokud má málo záznamů, odstraň uzel, a přesuň jeho záznamy. Šiř změnu pokud je to potřeba. Zmenšuj všechny obdélníky na cestě ke kořeni, pokud to jde.

CT1 [Inicializace] Nastav $N \leftarrow L$, $Q \leftarrow \emptyset$; Q je množina eliminovaných uzlů.

CT2 [Najdi předka] Pokud N je kořen, pokračuj bodem CT6. Jinak nechť P je předka N, E_N záznam v P, ve kterém je N.

CT3 [Odstraň nedostatečně naplněný uzel] Pokud N má méně než m záznamů, smaž E_N z P a přidej N do Q.

CT4 [Uprav obdélník] Pokud N nebyl eliminován, uprav I_{E_N} tak, aby těsně obsahoval všechny záznamy v N.

CT5 [Postup nahoru] Nastav $N \leftarrow P$ a pokračuj bodem CT2.

CT6 [Znovu vlož osiřelé záznamy] Znovu-vlož všechny záznamy uzlů v množině Q. Záznamy z listových uzlů jsou vloženy tak jak je popsáno v Algoritmu R-Tree-Insert, ale záznamy z vnitřních uzlů musí být uloženy výše ve stromu, tak že listy jejich závislých podstromů budou na stejné úrovni, jako listy hlavního stromu.