

VCS – Přednáška 2

Návrh Turingova stroje

Složené páskové symboly

Uvažujme, že symboly páskové abecedy Γ jsou prvky kartézského součinu $\Gamma_1 \times \cdots \times \Gamma_k$. Vstupní abeceda je pak $\Sigma = \Sigma_1 \times \{\sqcup\}^{k-1}$, kde $\Sigma_1 \subset \Gamma_1$ a $\sqcup \notin \Sigma_1$ a prázdný symbol v Γ je pak k -tice $\langle \sqcup, \dots, \sqcup \rangle$.

Takto můžeme uvažovat Turingův stroj s páskou rozdělenou na k -stop.

Složené stavy

Též můžeme uvažovat složené (nekoncové) stavy. Ty můžeme použít k reprezentaci konečně mnoha konečně-hodnotových proměnných.

Uvažujme proměnné $A_1, \dots, A_n$ s konečnými doménami $\text{dom}(A_1), \dots, \text{dom}(A_n)$ a množinu řídicích stavů

$$Q = Q_1 \times \text{dom}(A_1) \times \cdots \times \text{dom}(A_n).$$

Takto můžeme uvažovat Turingův stroj s n konečně-hodnotovými proměnnými ve stavech.

Subrutiny

Při návrhu Turingova stroje můžeme jeho část abstrahovat.

Výpočetní síla Turingova stroje

Definition 1. O Turingových strojích T_1, T_2 řekneme, že jsou ekvivalentní, právě když přijímají stejná slova a zamítají stejná slova. $L(T_1) = L(T_2)$.

Definition 2. Dvě třídy strojů nazveme výpočetně stejně silnými, právě když ke každému stroji z první třídy existuje ekvivalentní stroj z druhé třídy a naopak.

Theorem 1. Pro každý TS M

- (a) existuje ekvivalentní TS M' , který se během výpočtu nevrátí do svého počátečního stavu.
- (b) existuje ekvivalentní TS M'' , který se během výpočtu nepokusí o pohyb hlavou přes levý okraj pásky.
- (c) existuje ekvivalentní TS M''' , který má unikátní dosažitelnou přijímající konfiguraci.

Rozšíření Turingova stroje

V této sekci uvedeme dvě alternativy definice TS. Obě tyto alternativy představují třídy strojů, které jsou ekvivalentní s třídou TS.

Theorem 2. Třída Turingových strojů oboustrannou páskou je ekvivalentní s třídou Turingových strojů se zleva omezenou páskou.

Theorem 3. Třída Turingových strojů s více páskami je ekvivalentní s třídou Turingových strojů s jednou páskou.

Nedeterministický TS

Definition 3. Nedeterministický Turingův stroj (NTS) je dán stejnými složkami jako v definici klasického TS až na bod

4. přechodová funkce $\delta : Q \times \Gamma \rightarrow 2^{Q \times \Gamma \times \{L, R\}}$.

Pojem konfigurace je u NTS zaveden stejně jako u deterministických TS. Malý rozdíl je v definici výpočtu.

Definition 4. Krok výpočtu NTS je definován jako binární relace na množině konfigurací: Nechť $(q, a_1 \dots a_n, i)$ je taková konfigurace T , kde $q \neq q_{\pm}, n \in \mathbb{N}, a_1, \dots, a_n \in \Gamma, i \leq n$.

- (a) Je-li $1 \leq i \leq n$ a $\delta(q, a_i) \ni (q', b, L)$, pak

$$(q, a_1 \dots a_n, i) \vdash (q', a_1 \dots a_{i-1} b a_{i+1} \dots a_n, i-1).$$

(b) Je-li $\delta(q, a_1) \ni (q', b, L)$, pak

$$(q, a_1 \dots a_n, 0) \vdash (q', ba_2 \dots a_n, 0).$$

(c) Je-li $\delta(q, a_i) \ni (q', b, R)$, pak

$$(q, a_1 \dots a_n, i) \vdash (q', a_1 \dots a_{i-1}ba_{i+1} \dots a_n, i+1).$$

Definice kroku výpočtu NTS je tedy velmi podobná definici kroku výpočtu (deterministického TS) TS. Podoné jsou i pojmy, které na tento pojem kroku výpočtu navazují: *Výpočet* NTS definujeme jako tranzitivní, reflexivní uzavěr relace $\vdash$. *Větví výpočtu* nazýváme sekvenci $c_1 \vdash c_2 \vdash \dots \vdash c_k$ takový, že platí, že $c_i \vdash c_{i+1}$ pro všechna $1 \leq i < k$. Bývá zvykem ztotožňovat pojmy výpočet a větev výpočtu. Větev výpočtu se nazývá *přijímající*, pokud je poslední konfigurace v zápise přijímající, a je zamítající pokud je poslední konfigurace v zápise *přijímající*.

NTS přijímá slovo w , pokud existuje alespoň jedna větev výpočtu nad w , která je přijímající. NTS zamítá slovo w , pokud všechny větve výpočtu nad tímto slovem konečné a žádná není přijímající.

Stejně jako u konečných automatů platí, že se zavedením nedeterminismu nezvyšší výpočetní síla.

Theorem 4. *Třída nedeterministických Turingových strojů je ekvivalentní s třídou deterministických Turingových strojů.*

Lineárně ohraničené automaty (LBA)

Lineárně ohraničený automat (též lineárně ohraničený TS; angl. linearly bounded automaton; LBA) je nedeterministický TS, který má páskou navíc ohraničenou zprava koncem vstupu. Tyto stroje budeme uvažovat jako speciální případ NTS, jehož vstupní abeceda Σ obsahuje speciální symboly: levou zarážku $\triangleright$ a pravou zarážku $\triangleleft$. Přejímová funkce pak nikdy nepřepisuje zarážky a nikdy nepovolí hlavě jet vlevo při levé zarážce nebo vpravo při pravé zarážce. Každý vstup je pro LBA je ve tvaru $\triangleright w \triangleleft$. Pro ilustraci viz Obrázek 1.

Tento stroj je výpočetně slabší než TS, přesněji to ukážeme až v lekci o vztahu jazyků TS a jazyku Chomského hierarchie.

