

VCS – Přednáška 4

1 Jazyky TS a jazyky Chomského hierarchie

Theorem 1. Každý jazyk typu 1 je rekurzivní jazyk.

Důkaz. Nechť $G = \langle \Sigma, N, S, P \rangle$ kontextově závislá gramatika, sestrojíme LBA M_G , který přijímá právě slova generovaná gramatikou G ;

LBA M_G pro $w \in \Sigma^*$

1. Pokud je na pásce S , přijme.
2. nedeterministicky vybere pravidlo z P , jehož pravá strana je podřetězcem obsahu pásky; tento podřetězec nahradí levou stranou pravidla a pokračuje bodem 1.

Theorem 2. Existuje jazyk, který je rekurzivní, ale není jazyk typu 1.

Důkaz. Ukážeme, že jazyk $L = \{[G] \mid G \text{ je bezkontextová gramatika a } [G] \notin G\}$ není rekurzivní, ale ní jazykem typu 1.

Ukázat, že L je rekurzivní je snadné: stačí sestavit TS, který ověří, že jeho vstupní slovo w je zakódováním bezkontextové gramatiky, a že tato gramatika nepřijímá w (stejným způsobem jako v důkazu Věty 1)

Že L není jazykem typu 1, ukážeme sporem. Předpokládejme, že L je jazykem typu 1 a že je generován gramatikou G_L . Pokud $[G_L] \in L$ a tedy $[G_L] \in L(G_L)$, znamená to, že podle definice jazyka L máme $[G_L] \notin L$. A naopak, pokud $[G_L] \notin L$ a tedy $[G_L] \notin L(G_L)$, znamená to, že $[G_L] \in L$. V obou případech docházíme ke kontradikci, předpoklad tedy musí být mylný.

Theorem 3. Každý jazyk typu 0 je částečně rekurzivní.

Důkaz. Nechť $G = \langle \Sigma, N, S, P \rangle$ gramatika typu 0, sestrojíme NTS M_G , který přijímá právě slova generovaná gramatikou G ;

NTS M_G pro $w \in \Sigma^*$

1. Pokud je na pásce S , přijme.
2. nedeterministicky vybere pravidlo z P , jehož pravá strana je podřetězcem obsahu pásky; tento podřetězec nahradí levou stranou pravidla a pokračuje bodem 1.

Theorem 4. Každý částečně rekurzivní jazyk je jazyk typu 0.

Důkaz. (idea) Větu dokážeme tak, že pro TS M sestrojíme gramatiku $G = \langle \Sigma, N, S, P \rangle$, tak že $L(M) = L(G)$. Uvažujeme, že TS M se nikdy nevrátí do q_{start} a že jeho jediná přijímající konfigurace je $(q_+, \varepsilon, 0)$.

Množina pravidel P bude obsahovat tato pravidla:

- pravidlo $S \rightarrow q_+ \triangleright$,
- pravidlo $w'q' \rightarrow qw$ pro každý přechod $\delta(q, w) = (q', w', R)$,
- pravidlo $qa'w' \rightarrow aqw$ pro každý přechod $\delta(q, w) = (q', w', L)$ a každý symbol $a \in \Gamma$,
- pravidla $\triangleright \rightarrow \lhd$ a $\lhd \rightarrow \triangleright$,
- pravidla $\triangleright \rightarrow \varepsilon$,
- pravidla $q_{\text{start}} \rightarrow \epsilon$.